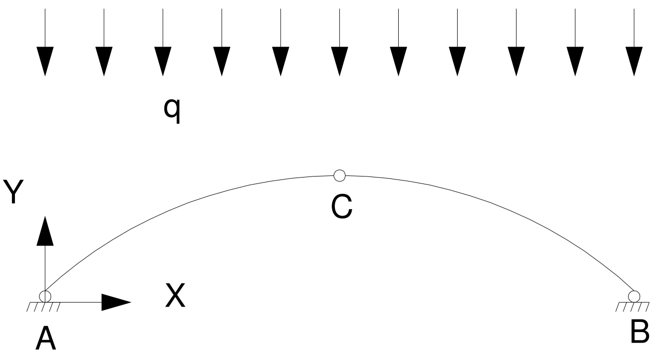
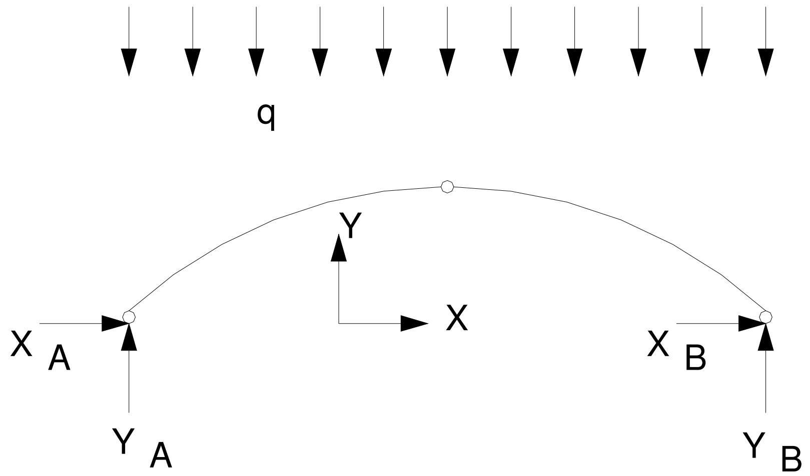
Calcul d'un arc isostatique

soumis à des charges uniformément réparties

L'arc ACB est articulé aux points A, B et C (clé). Il est soumis à une charge uniformément répartie d'intensité q.
On note h la hauteur de l'arc et l sa portée. L'arc peut être circulaire, parabolique ou quelconque.



Résolution :
Calcul des réactions d'appui à l'aide du Principe Fondamental de la Statique :
La structure et le chargement sont symétriques. L'arc est isostatique.
En écrivant que le moment au point C est nul, on dispose d'une équation supplémentaire permettant de calculer la composante horizontale des réactions d'appuis.



Les calculs donnent :

$$X_A = \frac{ql^2}{8h}$$

$$X_B = \frac{-ql^2}{8h}$$

Ces réactions d'appuis horizontales s'appellent la poussée de l'arc. Contrairement à une poutre droite, l'arc crée des poussées horizontales qui devront être reprises par les massifs de fondation.

$$Y_A = \frac{ql}{2}$$

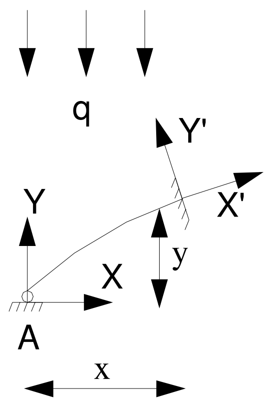
$$Y_B = \frac{ql}{2}$$

θ est l'angle formé par les directions de X et X'. Il vient :

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx}$$

$$\cos\theta = \frac{dx}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{1}{\sqrt{\tan^2\theta + 1}}$$

$$\sin\theta = \frac{dy}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{1}{\sqrt{\cot^2\theta + 1}}$$

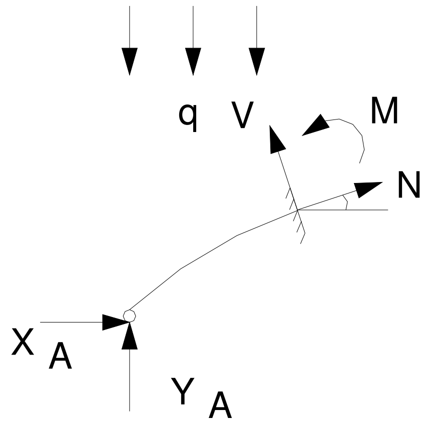


En appliquant le PFS au tronçon d'arc isolé, et en projetant sur les directions horizontales et verticales; il vient :

$$N\cos\theta - V\sin\theta + X_A = 0$$

$$N\sin\theta + V\cos\theta + Y_A - qx = 0$$

$$M + \frac{qx^2}{2} - X_A y - Y_A x = 0$$



En résolvant le système d'équations, on obtient :

$$N = -\frac{ql^2}{8h}\cos\theta - q\sin\theta\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

$$V = \frac{ql}{2\sin\theta} - \frac{ql^2}{8h}\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} - q\cos\theta\left(\frac{l}{2} - x\right)$$

N est négatif quel que soit x, l'arc est donc entièrement comprimé. Une poutre droite soumise au même type de charge ne subirait pas d'effort normal.

$$M = \frac{qx}{2}(l - x) - \frac{ql^2 y}{8h}$$

Cas particulier :
On remarque que le moment s'annule si :

$$y = \frac{4hx(l - x)}{l^2}$$

Le moment est donc uniformément nul si l'arc est parabolique. Le but d'une structure en arc est de réduire le moment fléchissant.